

El enigmático reto de Durero para la posteridad

El cuadrado mágico

Por *José Antonio Crespo-Francés*

A mi amigo Pepe admirador conmigo del Cristo Hiperbólico de Dalí.

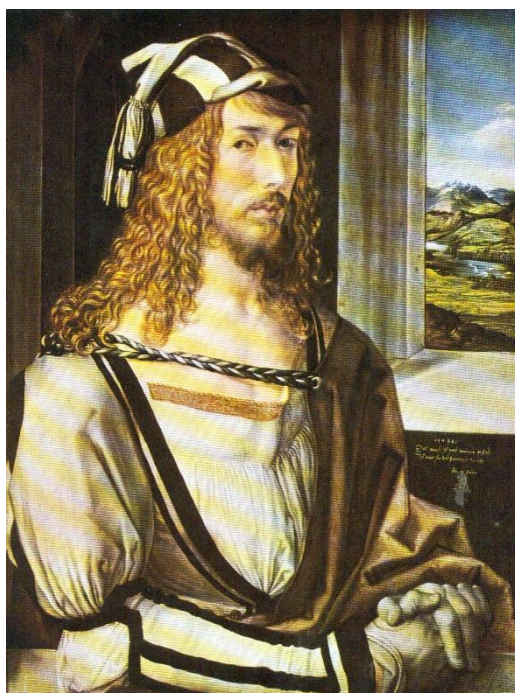
Pasó el mes de abril aniversario de la muerte de Durero y nos encontramos en el cálido y abrasador verano. Las noticias no descansan y la maldita corrupción sigue siendo la protagonista.

Sin querer buscar motivos de distracción de la candente y abrasadora actualidad, calentita como este verano que ya algunos deseamos acabe, al menos los que somos amantes de la montaña, escribo estas líneas que dedico a un genio inmortal que me hizo pensar en la belleza de las Matemáticas y de la Geometría.

En este tiempo de crucigramas y sudokus permítanme este juego matemático.

Siempre he admirado a los artistas del Renacimiento rebosantes de excelencia que sabiéndose por encima de la común inteligencia no se sentían tentados, pues no les hacía falta, demostrar ni probar nada a nadie. Dominaban las ciencias, las artes y las letras, miraban a las estrellas, escudriñaban el firmamento, y llevaban el arte natural sobre un papel o lienzo a la vez que diseñaban máquinas o planteaban desarrollos matemáticos y geométricos por el simple hecho de gozar con ellos y tratar de llevarlos a su vida ordinaria.

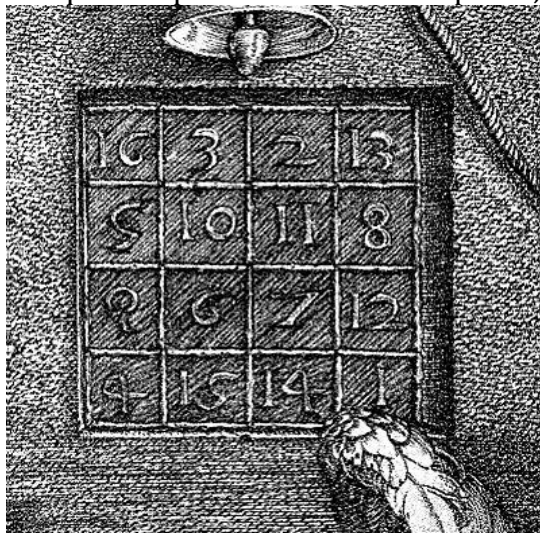
Y ese es el motivo por el que desde hace muchos años me quedé atrapado con la personalidad de Durero, pues en vez de redactar una demostración o una creación matemática/geométrica y ponerle nombre planteó un reto para la posteridad dejándolo encriptado en uno de sus grabados.



Durero

Estas líneas que siguen las quiero dedicar a Durero y al enigma de su *cuadrado mágico*.

En la imegen recojo uno de sus famosos grabados, en este caso el titulado *Melancolia I*, y si observamos apreciaremos que el “*cuadrado mágico*” aparece en la esquina superior derecha de la pared, por encima de las alas del ángel.



16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Este es el cuadrado mágico (¿?)

Pero... ¿Y qué tiene de mágico?, pues... ¡El número 34!... y algo más... Este número es la suma de diferentes campos del cuadrado, y es algo más que un simple juego matemático pues Durero, en mi opinión, nos propone un reto...

Sabemos que Durero estuvo en Italia y fue después de dicho viaje cuando su ya magnífico trabajo se cargó de la componente teórica o intelectual.

Además del cuadrado mágico en el que la suma de las casillas en todos sentidos es la misma, el número 34, hay toda una serie de referencias interpretables, que han dado hasta para la tesis doctoral de 840 páginas de Peter Schuster de 1991.

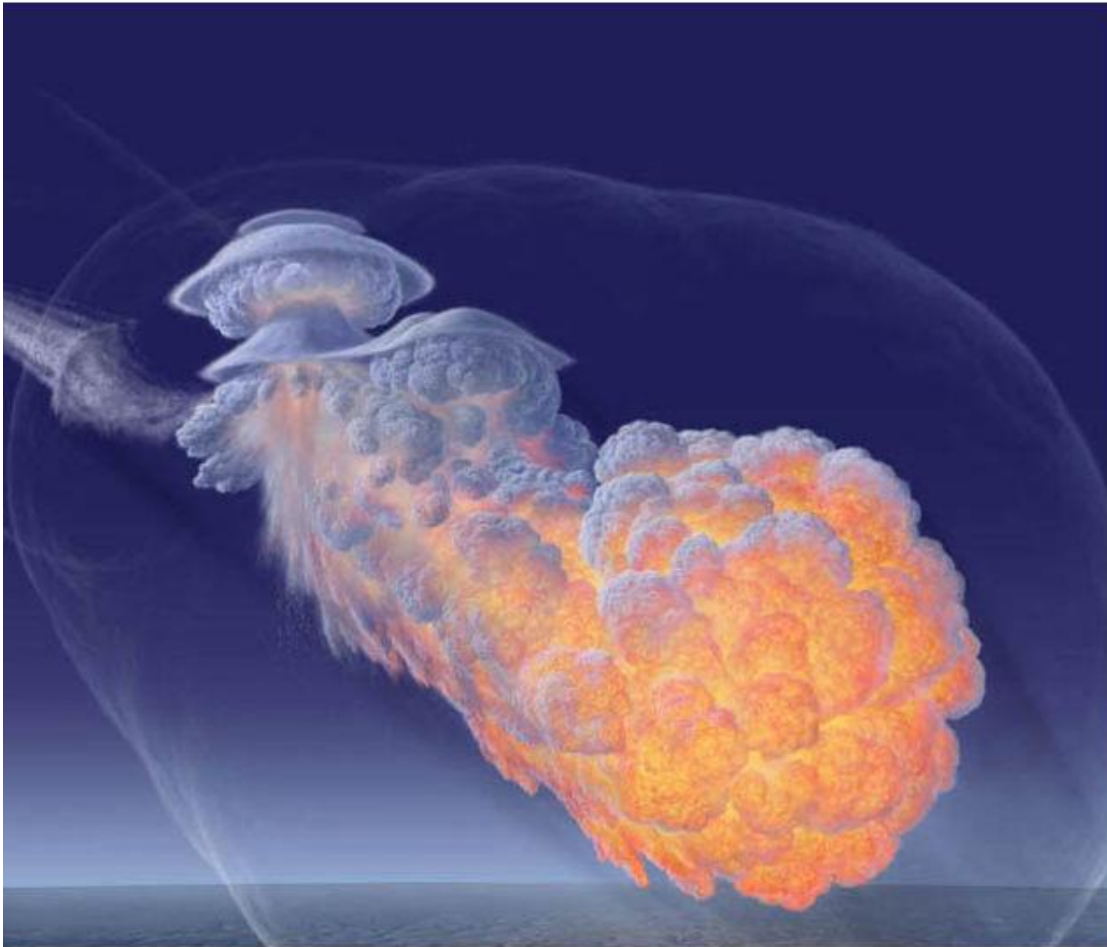
Un rápido vistazo al trabajo de Durero nos permite observar que, en primer lugar, destaca una figura femenina, o al menos ambigua, provista de alas, y que parece identificarse con un ángel, y cuyo ala izquierda nos señala en número 1 del cuadrado mágico. Apoya su cabeza, coronada de elementos vegetales, en una de sus manos y con la otra sostiene un compás, el rostro aparece en sombra. Junto a esta figura principal observamos también un niño, apoyado en una piedra de molino, y que está pintando sobre lo que parece una tabla o una pizarra. Junto al pequeño, vemos un poliedro que llama poderosamente la atención (y que oculta parcialmente un crisol encendido), así como una escalera de siete peldaños que asciende hasta una torre o edificio del que no se vislumbra su final.

Junto a la escalera vemos una especie de cometa, además de un animal que parece un murciélago, sosteniendo una cartela con el texto “*Melencolia I*”, que evidentemente dan título al grabado. En la parte superior derecha descubrimos una balanza, un reloj de arena, una campanilla y, bajo esta, un cuadrado mágico, en el que la suma de las celdas es siempre 34. Finalmente, en la parte inferior vemos

un perro dormido y una serie de herramientas: una esfera, unos clavos, una sierra, una regla, etc...

Hay quien ve en la primera fila y la última del cuadrado la fecha de la muerte de la madre de Durero: $16-3+2=5-1514$, 16 de mayo de 1514 y de ahí el título... Pura Aritmética. También la fecha, junto a la firma, es de 1514.

Esta interpretación se vería confirmada por la presencia de la campanilla (sería una campanilla fúnebre), y el reloj de arena nos recordaría la fugacidad de la vida. De este modo, el ángel melancólico del grabado sería el propio Durero, hundido en ese estado por la fatal pérdida.



Pero también hay otra serie de detalles; al margen de la torre sin ventanas y la escalera que han sugerido en todas las culturas la idea de ascensión hacia el conocimiento, incluso divino; como la presencia vegetal en la corona o la animal en el perro.

Si nos fijamos con más detenimiento, la figura del angelote, garabateando sobre un pizarrín, quizá se complementa con la del joven ángel, a quien algunos identifican con el propio Durero, que sostiene en sus manos un compás que apoya sobre un libro, símbolo del conocimiento, también geométrico. Aprendizaje y avance en el conocimiento.

En la base hay útiles de carpintero, como la garlopa y la regla junto a un martillo, tenazas y clavos. Recordemos que no es casualidad que San José fuera carpintero. De la pared de la torre cuelgan la balanza, un reloj de arena y una campana, con posible referencia a la valoración de los actos de la vida, el día de los justos, **el tiempo y su extinción**.

Y por último, veamos el volumen de base circular con eje, que puede ser rueda o piedra de molino porque no se ve si es un cono o cilindro. La esfera como sólido platónico y otra figura que parece una piedra elaborada con estereotomía precisa. No se corresponde con un sólido ideal o platónico (tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro o icosaedro) de los de Luca Pacioli, que le dibujó Leonardo, sino con la geometría compleja de un romboedro.

El elemento relacionado con **el mundo y la extinción**, así como con el **nacimiento de la vida** en la Tierra y que aparece en el grabado es un cometa y su onda de choque. Se considera que las *ondas de choque* causadas por los cometas que golpearon la Tierra podrían haber ayudado a la formación de los *aminoácidos*, o sea el origen de la vida.

Una de las lecturas más extendidas alude a la llamada teoría de "los cuatro humores". En la Antigüedad clásica, y en épocas posteriores, entre ellas el Renacimiento, era popular la idea de que el ser humano estaba influido física y anímicamente por cuatro fluidos o "*humores*": *sanguíneo*, *colérico*, *flemático* y *melancólico*. La mezcla de dichos fluidos o *humores*, y la mayor presencia en el ser humano de uno de ellos (la situación ideal era la del equilibrio entre tales fluidos), determinaban el carácter, la personalidad y la salud de los individuos. En esta teoría entraban también en juego los efectos de algunos planetas, las cuatro estaciones, los cuatro elementos o los cuatro vientos, entre otros factores. De este modo, el grabado de Durero estaría aludiendo al carácter melancólico. De hecho, la melancolía se conocía también como *bilis negra* y, como ya hemos dicho, el rostro del "*ángel*" del grabado aparece sombreado, oscuro, lo que parece una clara alusión a este carácter.

Curiosamente, durante el Renacimiento se reivindicó la figura del melancólico como reflejo de la genialidad y la creatividad del artista. Y personajes tan notables e influyentes como el filósofo neoplatónico y ocultista Marsilio Ficino (1433-1499), hicieron lo posible por ensalzar este temperamento melancólico. Otra evidencia de la influencia de Ficino la encontramos en el cuadrado mágico que aparece en el grabado. Al tiempo que reivindicaba el temperamento melancólico, Ficino ensalzaba también al planeta Saturno, directamente relacionado con este temperamento, de hecho, el filósofo florentino y otros neoplatónicos se llamaban a sí mismos *saturninos*. Sin embargo, reconocía el carácter parcialmente negativo del planeta, por lo que recomendaba el uso de talismanes para compensar sus efectos nocivos. Y así, este cuadrado mágico presente en el grabado, sería uno de estos talismanes de propiedades benéficas.

Sin duda alguna, la teoría de los *humores* está presente en la obra de Durero. Y tenemos más evidencias de ello, que además señalan hacia teorías complementarias de la época.

La cartela que sostiene el misterioso y desagradable murciélago, con el lema *Melencolia I*, está haciendo referencia a las ideas de otro célebre personaje renacentista: el mago, cabalista, ocultista y filósofo alemán Cornelius Agrippa de Nettesheim. Según recoge Agrippa en obra *De Occulta Philosophia*, el hombre es capaz de alcanzar todos aquellos logros espirituales e intelectuales que se proponga con la ayuda "de lo alto", bien a través de sueños proféticos o mediante la influencia, otra vez, de Saturno. Sin embargo, la interpretación de Agrippa ampliaba la de Ficino, pues atribuía al planeta la facultad de influir también en la imaginación y en la razón, y no sólo en la mente intuitiva. Es casi seguro que Durero conoció las tesis de Agrippa, e incluso es probable que conociera al ocultista personalmente. Por tanto, no sería de extrañar que sus ideas terminaran por influir en algunas de sus obras de arte como así parece confirmarlo.

Las interpretaciones herméticas, esotéricas y ocultistas del grabado no terminan aquí. Otros autores han añadido, además de las mencionadas, una lectura en clave alquímica. Para estos estudiosos, la alusión al temperamento melancólico tendría una significación en relación con la *Gran Obra*. Así, la **bilis negra** correspondería con el **nigredo**, una de las fases del proceso alquímico. Bajo este prisma, la lectura del título del grabado adquiere un sentido muy concreto. La balanza y el reloj de arena, serían símbolos de Saturno. Este planeta está asociado, en alquimia, al color negro, *nigredo*, y al plomo, el metal utilizado inicialmente por los alquimistas. Hay también una rueda de molino, símbolo de la «*vía seca*», uno de los métodos para la obtención de la *Gran Obra*, y también emblema de la putrefacción.

La alusión al **nigredo** está también presente en el rostro oscurecido del ángel, que sería un hermafrodita alado. El poliedro sería también símbolo de Saturno; la escalera de siete peldaños indicaría los pasos que debe seguir el alquimista. Por otra parte, la esfera y el poliedro aludirían a la geometría como base de la alquimia. Otros símbolos de tinte alquímico serían, siempre según esta interpretación, el perro, las herramientas dispuestas en el suelo y el crisol encendido, que casi pasa desapercibido, semioculto por el poliedro.

Como se puede ver, interpretaciones no faltan. Sin duda, todas las comentadas tienen elementos que las respaldan. La teoría de los *humores*, con influencia tanto de Ficino como de Agrippa, en alusión al **influjo creativo** de la melancolía, es bastante satisfactoria.

La obra puede que ofrezca varios mensajes a un mismo tiempo. De un modo u otro, sin duda *Melancolía I* parece ofrecernos un "autorretrato" del propio Durero quien, con probabilidad, se veía a sí mismo como un espíritu melancólico y taciturno, un artista creador dominado por el influjo de Saturno... pero en lo que yo me quiero central es en lo que creo es un reto matemático/geométrico.

Empecemos por las comprobaciones de nuestro "cuadrado mágico":

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Veamos que la suma de todas las filas y las columnas es 34.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

¡La suma de las cuatro esquinas es 34! Y si desplazamos los campos en el sentido de las agujas del reloj... ¡la suma sigue siendo 34!

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Y si los desplazamos de nuevo, la suma sigue siendo 34 e igualmente la suma de los cuatro campos centrales.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Veamos a la izquierda: $5 + 9 + 8 + 12 = 34$. Y a la derecha: $3 + 2 + 15 + 14 = 34$

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Vemos que también se cumple para las diagonales ...

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Y así siempre: el resultado es ¡34!

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Durero creó este cuadrado en 1514, año que está en la parte central de la línea inferior. Además la letra C de la palabra “Cuadrado” la 3ª letra y la letra D de “Durero” es la 4ª, con lo que si unimos estos dos números obtenemos nuevamente el ¡34!.

16	3	2	13	1
5	10	11	8	2
9	6	7	12	3
4	15	14	1	4

16	3	2	13	5
5	10	11	8	6
9	6	7	12	7
4	15	14	1	8

16	3	2	13	9
5	10	11	8	10
9	6	7	12	11
4	15	14	1	12

16	3	2	13	13
5	10	11	8	14
9	6	7	12	15
4	15	14	1	16

16	3	2	13	17
5	10	11	8	18
9	6	7	12	19
4	15	14	1	20

16	3	2	13	21
5	10	11	8	22
9	6	7	12	23
4	15	14	1	24

16	3	2	13	25
5	10	11	8	26
9	6	7	12	27
4	15	14	1	28

16	3	2	13	29
5	10	11	8	30
9	6	7	12	31
4	15	14	1	32

16	3	2	13	33
5	10	11	8	34
9	6	7	12	35
4	15	14	1	36

Ahora observemos el número de las posibles combinaciones que suman 34 y como vemos es 36.

En total hay 36 combinaciones que se corresponden una serie de relaciones en el espacio que es lo que veremos más adelante y que nos dejará boquiabiertos.

36 coincide con la edad en que pintó el óleo sobre tabla Adán y Eva, 1507 (Museo del Prado).

Si tomamos el día y mes de su nacimiento y de su muerte y los sumamos nos sorprenderemos:

21 de mayo y 6 de abril, o sea $21+5$ y $6+4$, lo que hace un total de ¡36!.

Sin olvidar que en 1511 obtendrá un éxito notable con la serie de 36 grabados, denominada la *Pequeña Pasión*, haciendo una posible alusión a la pasión como camino de perfección.

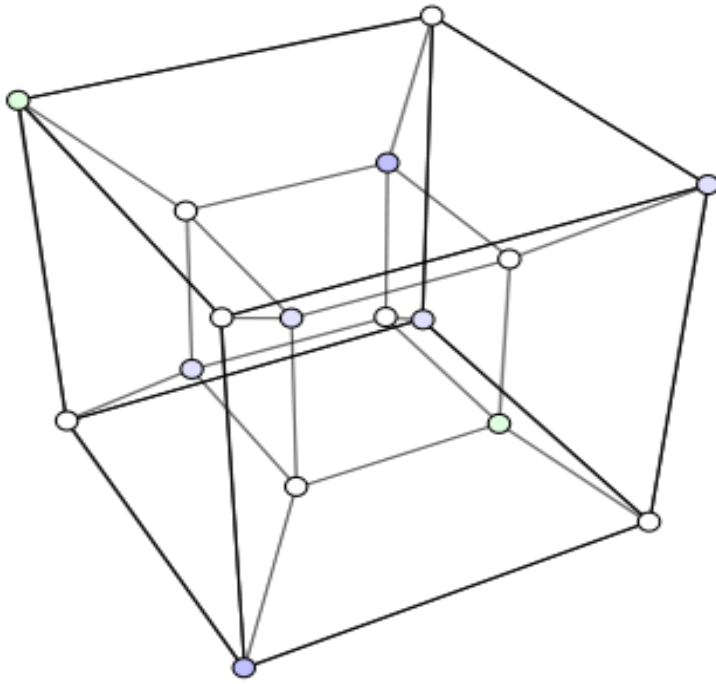
16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

El recorrido por la secuencia numérica fue lo que me llevó a imaginar un CUBO DENTRO DE OTRO. Como veremos al final es un recorrido correlativo que encierra una lógica, en el itinerario que van siguiendo los números nos va a indicar el camino del descubrimiento.

En esas líneas compuestas de cuatro números que siempre suman lo mismo, Durero representa de forma plana un viaje espacial por 16 vértices, estableciendo las proporcionalidades de una figura perfecta, el TERESACTO.

El tesseracto o hipercubo es una figura formada por dos cubos tridimensionales desplazados en un cuarto eje dimensional (llamemos al primero longitud, el segundo altura y el tercero profundidad). En un espacio tetradimensional, el tesseracto es un cubo de cuatro dimensiones espaciales. Se compone de 8 celdas cúbicas, 24 caras cuadradas, 32 aristas y 16 vértices, esto tomando en cuenta el desarrollo del polinomio $(2x + 1)^n$ donde el valor de **n** equivale al número de dimensiones (en este caso particular 4) y **x** es el largo, alto, ancho, etc., de la figura polidimensional equilátera.

Lo curioso de todo esto es que se dice que este término fue acuñado por primera vez en 1888 por el matemático inglés Charles Howard Hinton en una obra llamada *A New Era of Thought*, especie de manual que buscaba entrenar la intuición hiperespacial mediante ejercicios de visualización con cubos de colores en torno a un hipercubo imaginario. Lo cierto es que Durero lo refleja en este cuadrado plano numérico, y nos lo dejó enigmáticamente para la posteridad en el siglo XVI.

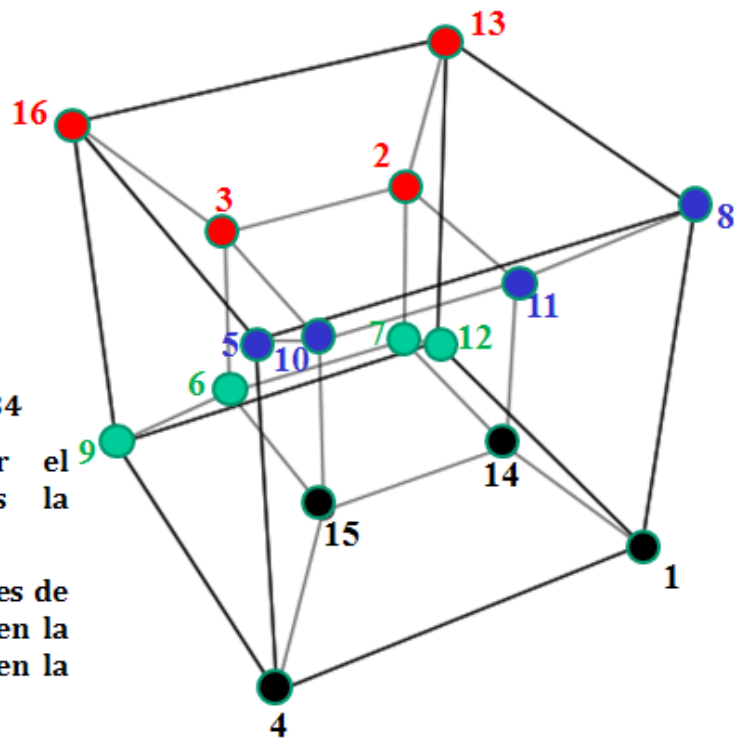


16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Suma de todas las filas: 34

Atentos al viaje por el espacio y observemos la simetría del mismo.

Une dos a dos los vértices de ambos cubos. Primero en la cara de arriba y luego en la de abajo



16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Las dos verticales externas recorren por líneas en zig-zag los vértices del cubo grande.

Las dos verticales internas recorren de la misma manera y de abajo arriba los vértices del cubo pequeño.

Todas las proporcionalidades y equivalencias se corresponden con la suma 34

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Suma de las cuatro esquinas: 34

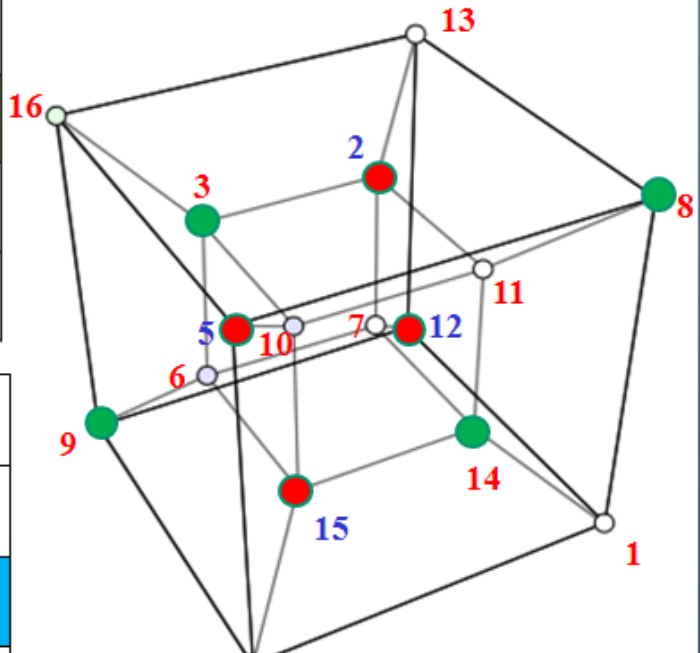
16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

$5 + 9 + 8 + 12 = 34$

El recorrido ahora es por los planos diagonales del cubo grande

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

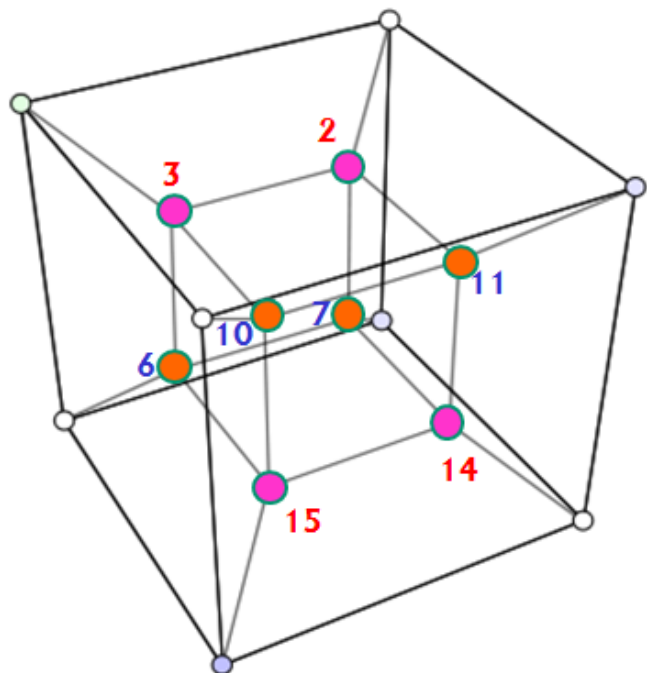
16	3	5	13
2	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1



El recorrido sigue el de un romboedro regular de lados paralelos

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

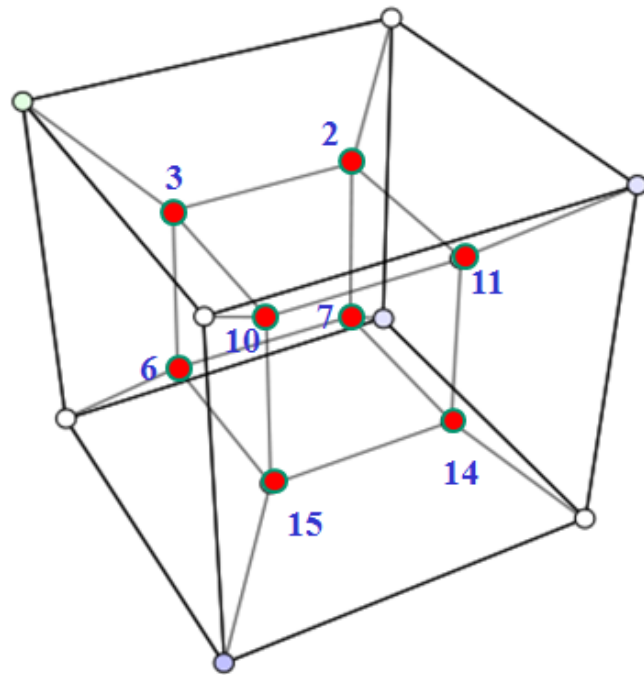


El recorrido sigue los planos diagonales del cubo interior

En los dos siguientes cuadrados se sigue por los planos diagonales que nos quedan del cubo pequeño

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

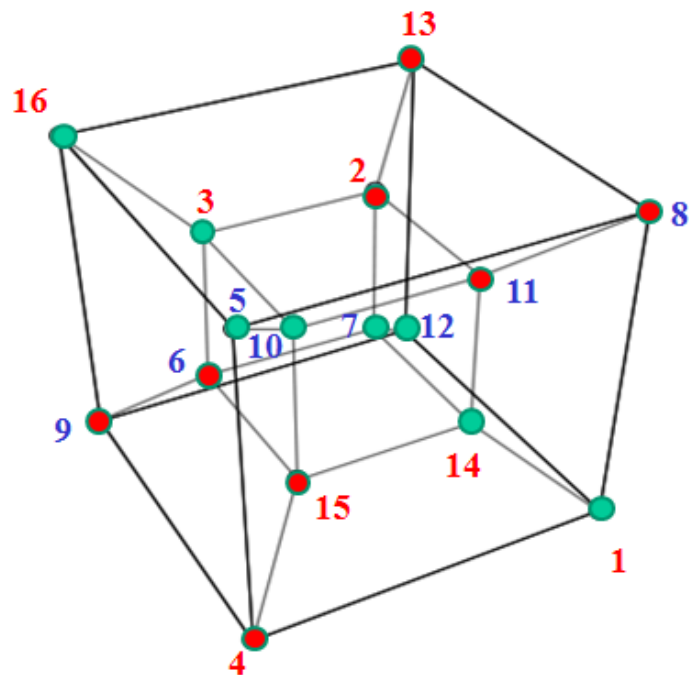


16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1



El recorrido ahora es por las cuatro diagonales que unen los vértices del cubo exterior con el interior, y las líneas que las conforman siempre suman 34

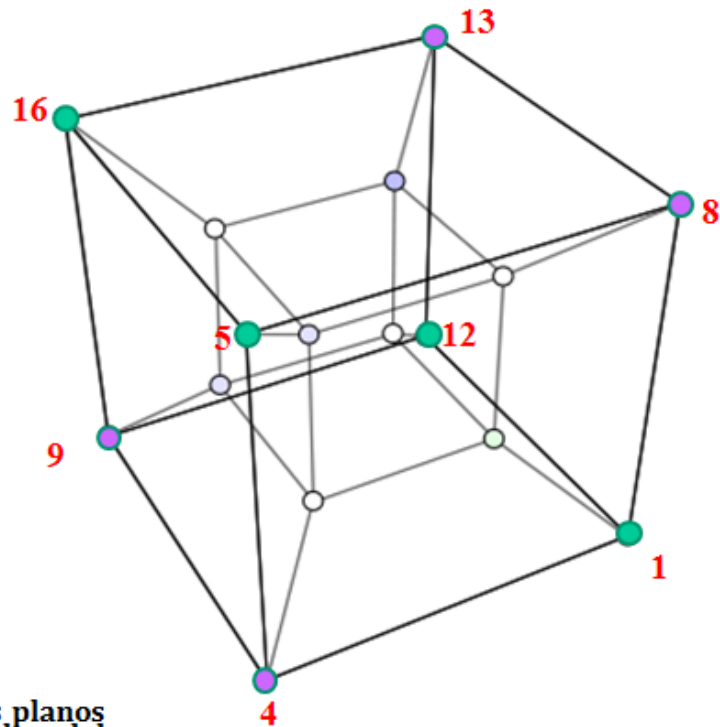
16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

$$16 + 5 + 12 + 1 = 34$$

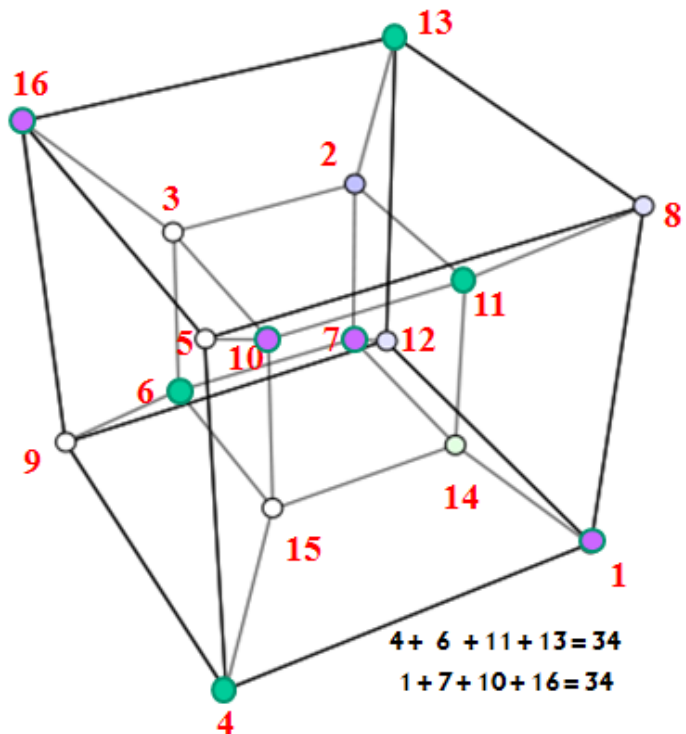
$$9 + 4 + 13 + 8 = 34$$

El recorrido sigue por los planos diagonales que nos quedan del cubo grande (exterior)



16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1



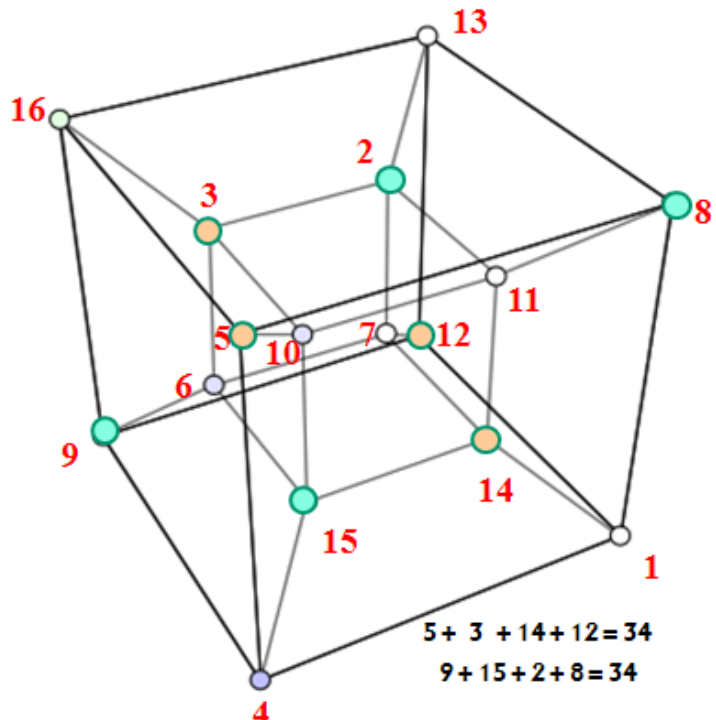
$$4 + 6 + 11 + 13 = 34$$

$$1 + 7 + 10 + 16 = 34$$

Simetría de las diagonales de los paralelogramos opuestos que unen el cubo exterior y el interior

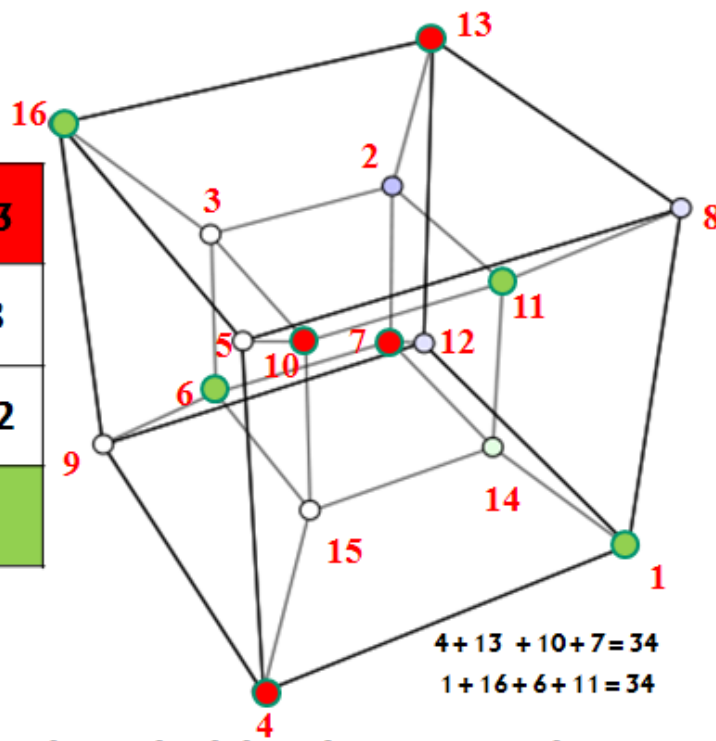
16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1



Simetría de las diagonales de los paralelogramos opuestos que unen el cubo exterior y el interior

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1



Simetría en los cruces de las diagonales de los cubos, exterior y el interior

$$16+9+8+1=34$$

$$5+4+13+12=34$$

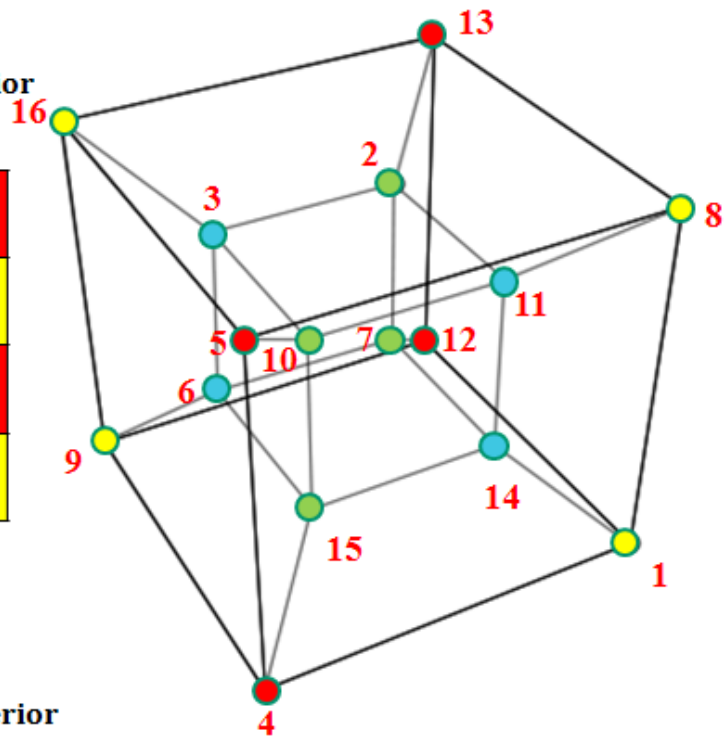
Simetría lados cubo exterior

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

$$3+6+11+14=34$$

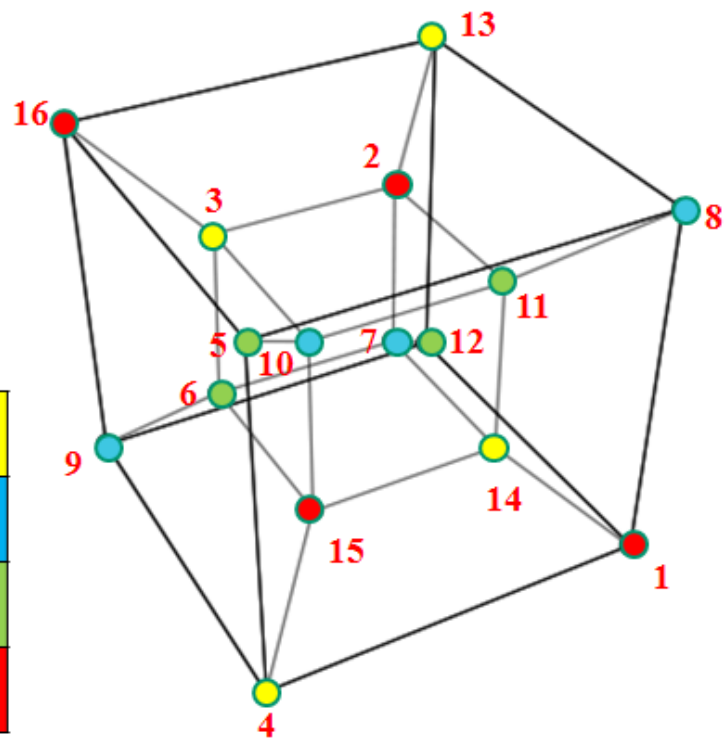
$$10+15+2+7=34$$

Simetría lados cubo interior

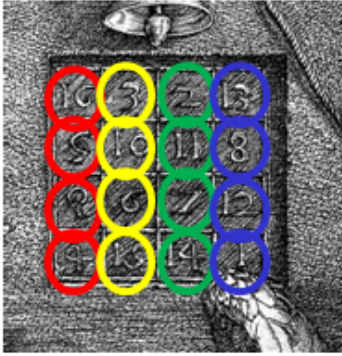
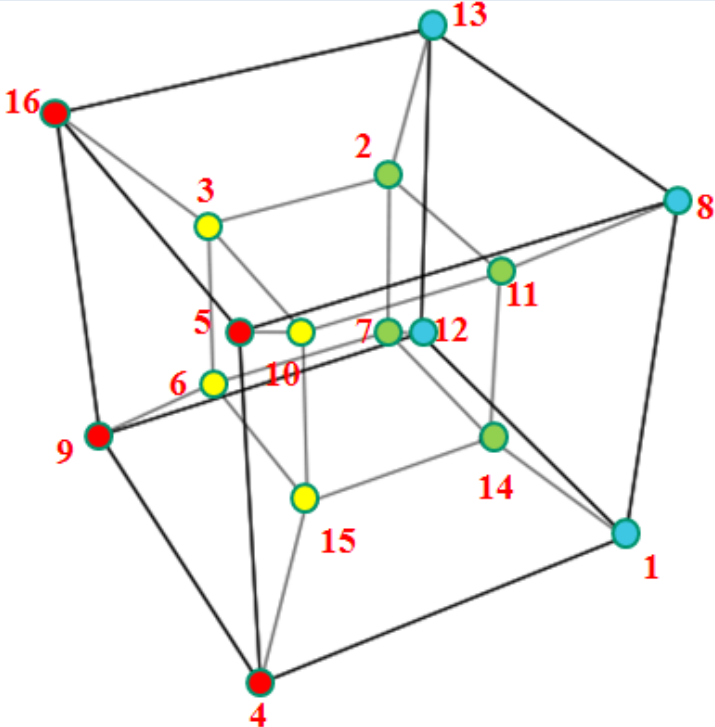


Semejanza de los segmentos que unen los vértices (superiores e inferiores y viceversa) del cubo grande y el pequeño

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1



¿Qué os parece?
¿Qué forma tan sencilla y bella de representar sobre un plano un hipercubo?

La secuencia numérica comenzando desde el 1, la dividimos en cuatro tramos (1/2/3/4, 5/6/7/8, 9/10/11/12 y 13/14/15/16) cada tramo parte de un vértice del tetraedro 1/5/9/13, y recorre dentro del TERESACTO, los dos vértices opuestos del cubo interior para regresar al simétrico sobre el cubo exterior grande.

La calidad de la obra de Durero, la cantidad prodigiosa de su producción artística y la influencia que ejerció sobre sus contemporáneos fueron de una importancia enorme para la Historia del Arte.

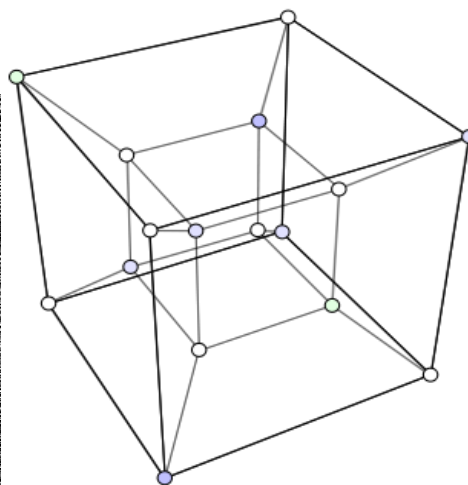
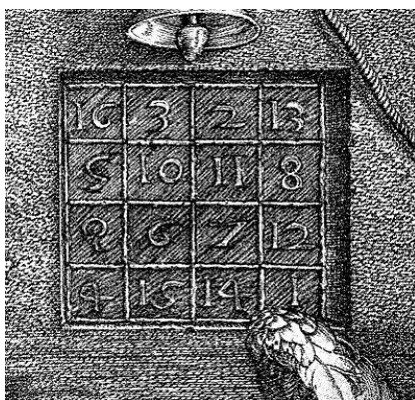
En un contexto más amplio, su interés por la geometría y las proporciones matemáticas, su profundo sentido de la historia, sus observaciones de la naturaleza y la conciencia que tenía de su propio potencial creativo son una demostración del espíritu de constante curiosidad intelectual del Renacimiento.

En su abundante correspondencia, especialmente en las cartas al humanista Willibald Pirckhrimer, amigo suyo toda la vida, y en diversas publicaciones, Durero hacía hincapié en que la geometría y las medidas eran la clave para el entendimiento del arte renacentista italiano y, a través de él, del arte clásico, de ahí sus **36 obras de la Pequeña Pasión** y que él ubica mediante una relación matemática y espacial.

Como aficionado al juego geométrico nos legó este mensaje anunciándonos esta figura, el TERESACTO o HIPERCUBO, más de 200 años antes de que un matemático lo definiera.



¡Genial!... Dürero estaba muy orgulloso de haber creado este cuadrado. ¡Podía estarlo! Pero guardó silencio y nos dejó este reto para que nos lo imaginásemos nosotros.



Espero les haya gustado esta disquisición matemática y geométrica que nos dejó enigmáticamente este genio en forma de **HIPERCUBO**, al menos eso creo yo.